

Brevet de Technicien Supérieur

Métiers de la chimie

SESSION 2019

MATHEMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **55 minutes**

COEFFICIENT : **2**

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Compétences évaluées

C1	S'informer	Rechercher, extraire et organiser l'information.
C2	Chercher	Proposer une méthode de résolution. Expérimenter, tester, conjecturer.
C3	Modéliser	Représenter une situation ou des objets du monde réel. Traduire un problème en langage mathématique.
C4	Raisonner, argumenter	Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat. Critiquer une démarche, un résultat.
C5	Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie	Calculer, illustrer à la main ou à l'aide d'outils numériques, programmer.
C6	Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. Présenter un tableau une figure, une représentation graphique.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien **3** pages numérotées de **1/3** à **3/3**.

PROBLEMATIQUE : ÉTUDE DE LA CONCENTRATION MOYENNE D'UN POLLUANT APRES LA CONTAMINATION ACCIDENTELLE D'UN COURS D'EAU.

— PARTIE A : Etude théorique —

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(t) = 79e^{-0,25t} - 4e^{-t}$.

On désigne par C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Sur l'axe des x l'unité mesure 0,5 cm et sur l'axe des y elle mesure 0,25 cm.

Q1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe C ?

C1
C4

Q2. a) Démontrer que pour tout t appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$:

$$f'(t) = e^{-0,25t}(-19,75 + 4e^{-0,75t}).$$

b) Justifier que pour tout t appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$:

$$-19,75 + 4e^{-0,75t} < 0.$$

c) En déduire le signe de $f'(t)$ et le sens de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

C4

Q3. a) Compléter, après l'avoir reproduit sur la copie, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs de $f(t)$ seront arrondies au dixième.

t	0	5	10	15	20	25
$f(t)$		22,6		1,9	0,5	

C3
C4

b) Construire la courbe C sur une feuille de papier millimétré.

C4

Q4. a) Démontrer que la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$ est

$$V_m = \frac{1}{20}(-316e^{-5} + 4e^{-20} + 312).$$

C5

b) Donner la valeur approchée de V_m arrondie aux dixième.

C6



Appel n° 1: Présenter votre démarche et résultats à l'examineur.

— PARTIE B : Etude expérimentale —

On admet que, t semaines après la consommation, la concentration de polluant dans l'eau, exprimée en milligramme par litre, est $\frac{1}{3}f(t)$, où f est la fonction étudiée dans la partie A.

Q5. La baignade est sans danger lorsque la concentration de polluant dans l'eau est inférieure ou égale à 2,5 milligrammes par litre. En utilisant la courbe C construite au 3. b) de la partie A, déterminer au bout de combien de semaines la baignade peut être autorisée. Laisser apparents les traits utiles sur le graphique.

C1
C4
C5

Q6. Quelle est, au cours des 20 semaines suivant la contamination, la valeur moyenne de la concentration de polluant dans l'eau ?

C6

PROBLEMATIQUE : Étude de médicaments défectueux dans un lot de médicament d'une entreprise.

On considère un stock important de médicaments. On suppose que 3 % des médicaments sont défectueux. Les médicaments sont livrés par lots de 1000. On prélève au hasard un lot de 1000 dans le dépôt de l'entreprise. Ensuite, on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 1000 médicaments.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 1000 médicaments, associe le nombre de médicaments défectueux.

Q7. Quelle est la loi suivie par la variable X ?

C1
C2

Afin de faciliter les calculs, on décide d'approcher la loi de la variable X par une loi normale.

Q8. Déterminer les paramètres de la loi normale approchant cette loi.

C3
C6



Appel n° 2: Présenter votre démarche et résultats à l'examineur.

On note Z une variable aléatoire suivant la loi normale précédemment déterminée.

Q9. A 10^{-2} près, calculer, à l'aide de cette variable, la probabilité qu'il y ait strictement plus de 25 médicaments défectueux dans le lot de 1000.

C4
C5
C6