

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

ÉPREUVE PRÉPARATOIRE

2^e

Décembre 2006

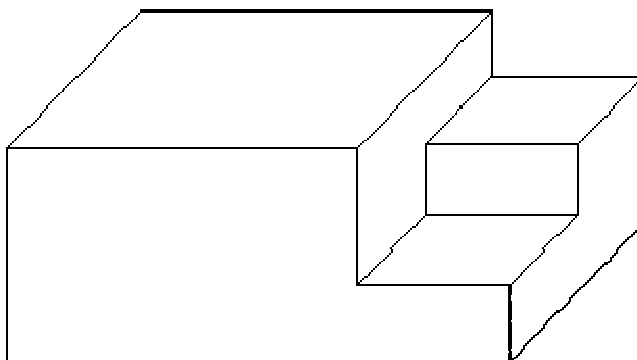
Formule « Groupes » (Exercices 1 à 6)

Formule « Classes » (Exercices 1 à 8)

Exercice n° 1

LE PODIUM

5 points



Le solide représenté ci-dessus est la maquette d'un podium. Il a été taillé dans un pavé droit dont la base est un rectangle de 7,5 cm sur 5 cm et dont la hauteur mesure 3 cm. Le dessus de chacune des deux marches de l'escalier est un carré de 2,5 cm de côté. Les contremarches mesurent 1 cm de hauteur.

Construire un patron de cette maquette.

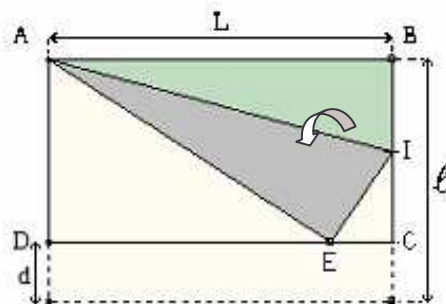
Exercice n° 2

UN PLI PAR LA BANDE

8 points

Les dimensions ℓ et L d'une feuille ordinaire de papier au format A4 satisfont à la relation $L = \ell \times \sqrt{2}$.

On découpe dans le sens de la longueur d'une telle feuille une bande de largeur d de façon à obtenir une nouvelle feuille représentée ci-dessus par le rectangle ABCD (non dessiné à l'échelle).



On plie cette nouvelle feuille suivant le segment [AI] de manière que le sommet B vienne se placer en un point E sur le segment [CD].

On observe alors que le triangle EIC est demi équilatéral (son angle en I mesure 30°).

Exprimer en fonction de ℓ la largeur d de la bande découpée.

Exercice n° 3

L'ÉTOILE DE PYTHAGORE

8 points

- a) Montrer que le triangle dont les côtés mesurent 145 ; 143 et 24 est rectangle.
 b) Un triangle rectangle a son hypoténuse qui mesure 74 et l'un des cotés de l'angle droit mesure 24. Combien mesure l'autre côté ?
 c) Trouver tous les nombres entiers naturels a et b ($a < 60$ et $b < 60$) tels que : $a^2 + 24^2 = b^2$
 d) Compléter autour de l'heptagone de côté 24 mm, donné sur la feuille annexe, une étoile dont les branches sont constituées des triangles rectangles dont les dimensions correspondent à tous les résultats obtenus au c). La figure ainsi obtenue s'appelle l'étoile de Pythagore.

Exercice n° 4

LES CHIFFRES INTERDITS

8 points

1. Compléter sur la feuille réponse
- $$1 = 1$$
- $$1 + 2 =$$
- $$1 + 2 + 3 =$$
- $$1 + 2 + 3 + 4 =$$
- $$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =$$
- et ainsi de suite jusqu'à : $1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 =$
 $1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 19 + 20 + 21 =$
 (somme des 21 premiers entiers consécutifs non nuls).
2. Observer la succession des chiffres des unités des vingt premiers nombres ainsi obtenus. La comparer à la succession des chiffres des unités des vingt sommes suivantes. Énoncer l'observation effectuée. Démontrer cette conjecture.
3. Par quel chiffre se termine la somme : $1 + 2 + 3 + \dots + 2005 + 2006 + 2007$?
 (somme des 2007 premiers entiers consécutifs non nuls)
4. Par quels chiffres ne peuvent pas se terminer les sommes de ce type ?

Exercice n° 5

JULIETTE ou LUCIENNE

5 points

AUDE	AURELIE	AXEL	CYPRIEN
ESTHER	FREDERIC	FULBERT	GUY
GWENAEL	GWLADIS	HORTENSE	JOSIANE
JULIA	JULIETTE	LUCE	LUCIENNE
LYDIE	MUGUETTE	MURIEL	NORBERT
RUTH	YVELINE	YVON	

Pour chercher le prénom "moyen" de ce groupe de personnes, on code les lettres de l'alphabet de la manière suivante

$$A \rightarrow 1 ; \quad B \rightarrow 2 ; \quad C \rightarrow 3 \quad \dots \quad Z \rightarrow 26$$

En codant la première lettre de chaque prénom et en faisant la moyenne, arrondie à l'unité, de ces codes, on trouve un nombre "moyen" qui correspond à une lettre de l'alphabet. En refaisant le même travail pour la seconde lettre de chaque prénom, on obtiendra une seconde lettre "moyenne" et ainsi de suite...

Quel est le prénom "moyen" de ce groupe ?

Exercice n° 6

LE CODE PIRATE

8 points

Un code secret se compose de deux chiffres distincts, compris entre 1 et 9. L'ordre des chiffres compte : le 12 est ainsi différent du code 21.

a) Combien de codes pouvez-vous choisir ?

b) Vous soupçonnez un espion d'avoir piraté votre code et vous décidez alors d'en changer de telle sorte qu'aucun des deux chiffres de votre ancien code ne se retrouvent à la même place dans votre nouveau code. Par exemple, si 12 était votre ancien code, les nouveaux codes 21, 23, 95 conviennent ; mais ni 15, ni 62 ne seront possibles car 1 n'a pas changé de place pour le premier exemple, ainsi que 2 dans le deuxième exemple.

Quel est le nombre de nouveaux codes possibles ?

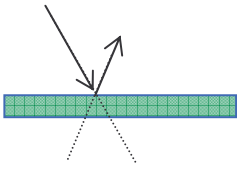
*Fin de l'épreuve pour les formules « Groupes ».
Les formules « Classes » ont en plus les exercices 7 et 8.*

Exercice n° 7

QUATRE BANDES

5 points

On indique ci dessous la règle de rebond d'une bille sur le bord d'un billard :



Chaque fois qu'une bille rebondit sur le bord du billard, les droites supportant les trajectoires avant et après le rebond sont symétriques par rapport au bord du billard.



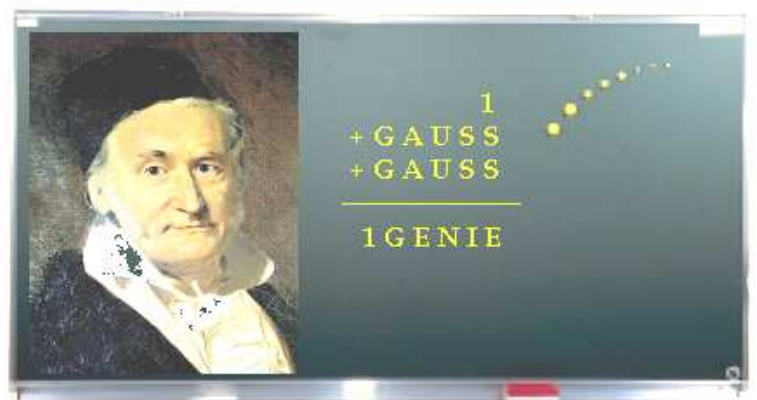
Un joueur de billard annonce « J'ai réussi un coup sensationnel : la bille, après quatre rebonds successifs, est non seulement revenue à son point de départ mais de plus la trajectoire formait un rectangle ! ». Qu'en pensez vous ? S'est-il vanté ?

Exercice n° 8

DES LETTRES ET DES CHIFFRES

5 points

Dans cette addition, chaque lettre correspond à un chiffre différent. Trouver les valeurs qui correspondent à la somme la plus grande.



Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Bonne récréation mathématique et rendez-vous vendredi 23 mars 2007

